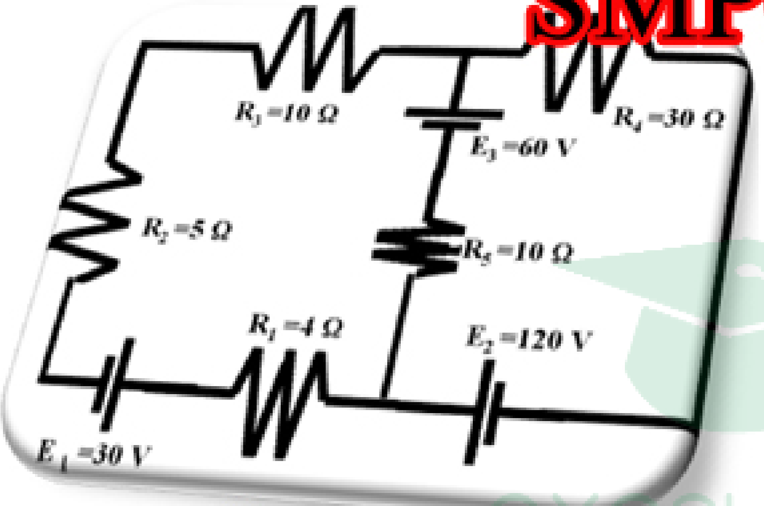
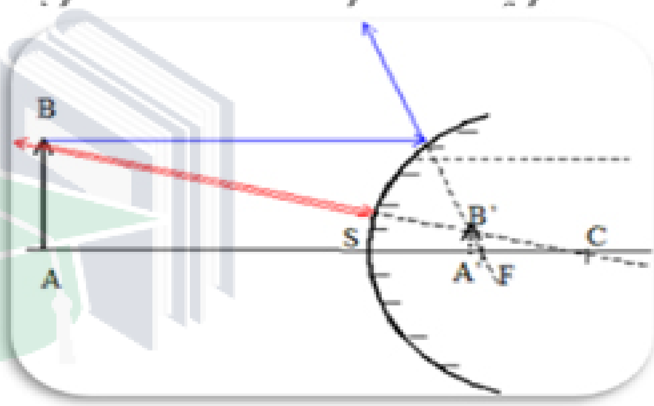
جامعة شعيب الدكالي
كلية العلوم

CORRECTION DES EXAMENS

SMPC2





éléctricité,optique,laiasson chimiques

chimie des solutions ,langue ,analyse,algebre

من إنجاز نادي النجاح

نادي النجاح كلية العلوم
success club

2éme EDITION

2014/2015

تم بفضل الله الإنتهاء من إعداد هذا المطبوع الذي شارك في إعداده كل من الطلبة :

عبد الهادي حملي ،عبد العزيز مقطفي ، إيمان أسس ،زكرياء المعيدن، هشام حباش، محمد المالكي .

وتشكراتنا لكل من ساهم من قريب أو بعيد في إنجاز هذا التصحيح، الذي نتمنى أن يكون وسيلة إيجابية وفعالة في الرفع من مستوى التحصيل العلمي بالجامعة ، وان يجعل منه الطالب مرجع للتأكد من الطريقة المتبعة في الإجابة عن الأسئلة أثناء الامتحان .

ونتوجه بشكر خاص لكل من الأساتذة :

نورالدين الحوسيف ،محي الدين اباني ،إنعام العلوي العبدلاوي ،حميد نبدي، خالد الصريدي ،محمد لغدير.

لأي إستفسار المرجو مراسلتنا عبر:

Facebook : www.facebook.com/succes.club

نادي النجاح كلية العلوم الجديدة

e-mail : clubnajah2013@gmail.com

أو ولوج الموقع الإلكتروني للنادي

Site web : www.clubnajah.blogspot.com

Université Chouaïb Doukkali
Faculté des Sciences d'El Jadida
Département de Physique
Année universitaire : 2012-2013

Filières : SMPC
Niveau : S2
Module : Electricité 1- Optique 1
Elément : Electricité 1

Examen d'Électricité 1 – Session normale de Juin

Durée : 1h 30 min

Exercice 1 : Questions de cours (5 points)

1- Énoncer le théorème de Gauss. **/1pt**
2- Quelles sont les propriétés physiques d'un conducteur en équilibre électrostatique? **/1pt**
3- Quel est l'intérêt de la cage de Faraday? **/1pt**
4- Où est localisée l'énergie électrostatique d'un condensateur? **/1pt**
5- Donner la forme locale de la loi d'Ohm. **/1pt**

Exercice 2 : Application du théorème de Gauss (8 points)

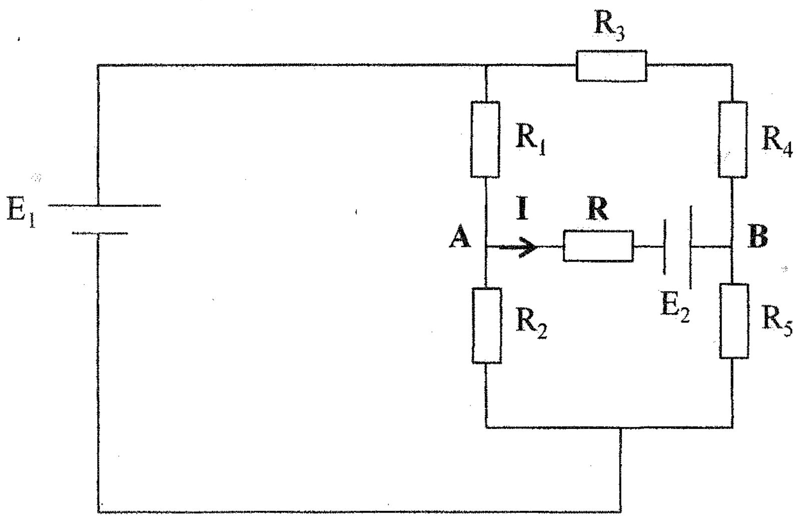
Une sphère conductrice porte une densité volumique de charge ***ρ(r)*** ainsi définie

$$\rho(r) = \begin{cases} -\rho_0 & si \ \mathrm{R_1 < r < R_2} \\ 0 & \text{si non} \end{cases}$$

1- Par application du théorème de Gauss, donner l'expression du champ électrostatique créé par cette distribution pour les trois différentes régions de l'espace. **/2pts**
2- Déduire les expressions du potentiel électrostatique pour chaque région. **/2pts**
3- Supposons que $R_2=2R_1$; représenter l'allure des fonctions $E(r)$ et $V(r)$. **/4pts**

Exercice 3 : Application du théorème de Thévenin (7 points)

Soit le réseau représenté par la figure ci-dessous :



On donne:
$R_1 = R_2 = R = 100\ k\Omega$,
$R_3 = R_5 = 25\ k\Omega$,
$R_4 = 50\ k\Omega$ et $E_1 = E_2 = 10\ V$.

1- Quelle est l'expression de la résistance équivalente R_{th} du circuit vu entre les points **A** et **B** de la résistance **R**? (on trouve $R_{th} = 68{,}75 k\Omega$.) **/2pts**
2- Donner l'expression et calculer la f.é.m. E_{th}. **/2pts**
3- Donner l'expression et calculer le courant **I** traversant la résistance **R**. **/2pts**
4- Calculer la puissance dissipée dans cette résistance. **/1pt**

Université Chouaïb Doukkali
Faculté des Sciences d'El Jadida
Département de Physique
Année universitaire : 2012-2013

Filières : SMPC
Niveau : S2
Module : Electricité 1- Optique 1
Elément : Electricité 1

Examen d'Électricité 1 – Session de rattrapage

Durée : 1h 30 min

Exercice 1 : Questions de cours (6 points)

1- Donner et montrer l'équation de Poisson. **/2pts**
2- Enoncer les lois de Kirchhoff. **/2pts**
3- Définir le dipôle électrostatique. **/1pt**
4- Tracer les lignes de champ et les équipotentielles pour une charge négative. **/1pt**

Exercice 2 : (8 points)

Une distribution de charges, à symétrie sphérique créé, en un point M à une distance r du centre O le potentiel électrostatique donné par :

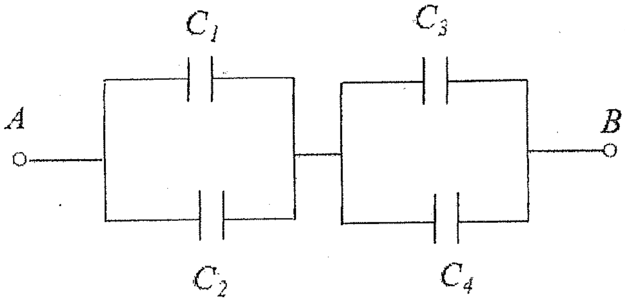
$$V(r) = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 r}\exp\left(\frac{-r}{a}\right)$$

1- Exprimer le champ électrostatique créé au point M. **/2pts**
2- En déduire la densité d'énergie électrostatique au point M. **/1pt**
3- Exprimer la charge de cette distribution en fonction de r, a et e. **/2pts**
4- En déduire, en faisant tendre r vers 0 ou l'infini :
   a- la charge totale contenue dans tout l'espace, **/1pt**
   b- la charge ponctuelle au centre. **/1pt**
   c- Le modèle étudié ici est celui de Yukawa de l'atome d'hydrogène. Que peut-on conclure ? **/1pt**

On donne : $e = 1{,}6.10^{-19}$ C ; $a = 0{,}53.10^{-10}$ m ; $1/4\pi\varepsilon_0 = 8{,}89.10^{9}$ m/F.

Exercice 3 : (6 points)

Supposons que, dans la figure ci-dessous, $C_1=C_3= 10\ \mu F$, que $C_2=C_4= 20\ \mu F$ et que $Q_2= 30\ \mu C$, calculer :



1- la capacité équivalente entre A et B, **/1.5pts**
2- la charge de chacun des autres condensateurs, **/1.5pts**
3- la tension entre leurs armatures et **/2pts**
4- la tension V_{AB} que subit l'ensemble du système. **/1pts**

UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

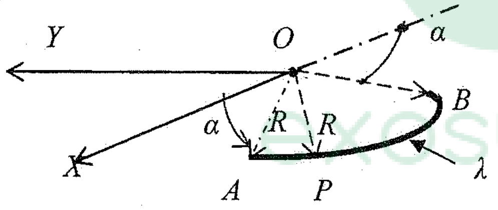
Année 2009/20010
Filière : SMPC
Module Physique2

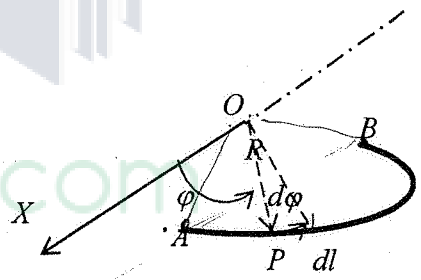
Examen de physique
Electricité 1

Durée : (1H30)

Exercice 1:

On considère un arc de cercle AB de rayon R, de centre O placé dans le plan OXY. L'arc est délimité par les angles α et $\pi - \alpha$ par rapport à l'axe OX (voir figure). On charge cet arc avec une distribution de charge linéique uniforme λ. Chaque point P de cet arc est repéré par ses coordonnées polaires (R, φ) ou φ est l'angle $(\widehat{0X, OP})$ et $(\alpha < \varphi < \pi - \alpha)$.





1) Donner l'expression de l'élément de l'arc de cercle dl autour du point P en fonction de R et φ. En déduire l'élément de charge dq contenu dans dl en fonction de R, φ et λ.

2) En utilisant la loi de coulomb, donner l'expression du champ et du potentiel électriques élémentaires $\overrightarrow{dE}(O)$ et $dV(O)$ crées par l'élément de charge λdl au tour du point P au centre du cercle O.

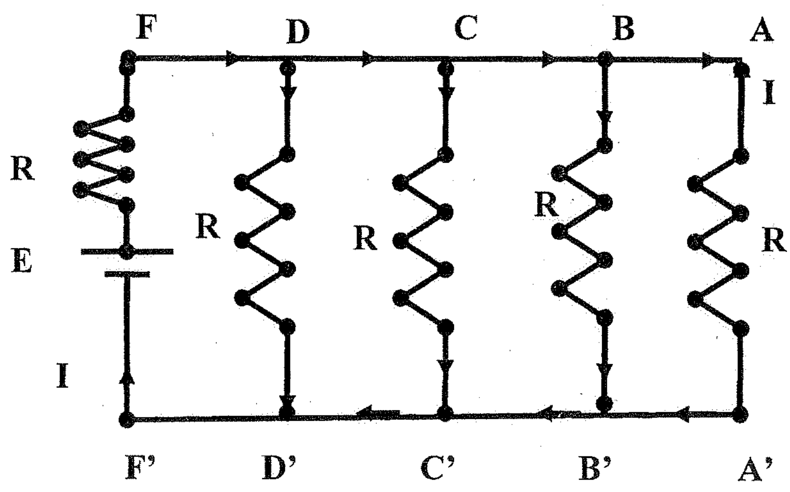
3) Donner les composantes dE_x et dE_y du champ $\overrightarrow{dE}(O)$.

4) En intégrant sur l'arc (C), calculer les composantes $\vec{E}(O)_x$, $\vec{E}(O)_y$ et V (O).

En déduire le champ $\vec{E}(O)$ et V (O) crées au centre O d'un cercle de rayon R chargé avec une distribution linéique uniforme λ.

Exercice 2:

On considère le circuit suivant :



En utilisant le théorème de Thevenin, calculer le courant qui circule dans la branche *AA'* en fonction de *E* et *R*.

Application numérique : $E = 24V$ et $R = 20\Omega$.

a) Débrancher AA' et calculer V_A-$V_{A'}$. En déduire E_{th}.

b) Court-circuiter E et calculer la résistance $R_{AA'}$ vue entre A et A'. En déduire R_{th}.

c) Calculer I dans le circuit de Thevenin.

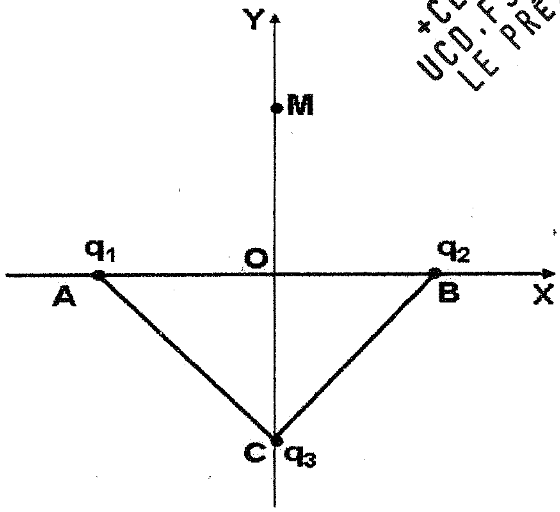
UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES EL JADIDA
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

Année universitaire 2011/2012

Epreuve d' Electricité 1 : Module Physique 2 –Filières : SMPC

Exercice 1 :

Trois charges positives q_1, q_2 et q_3 sont placées sur les sommets d'un triangle ABC (AB = AC = BC = a et OA=OB=a/2). Soit un point M de l'axe OY tel que : OM= y >0.



1- Déterminer le potentiel V(M) crée par les trois charges au point M en fonction de y et a.

2- Si $q_1 = q_2$, donner le sens du champ électrique produit au point M par les trois charges. En déduire la valeur du champ à partir de l'expression du potentiel.

3- Si $q_1 = q_2 = q_3$, déterminer l'énergie électrostatique du système composé des charges q_1, q_2 et q_3.

Exercice 2 :

Soit une sphère conductrice de centre O et de rayon R portant une densité superficielle uniforme $\sigma > 0$.

1. Quelle est la charge totale Q, portée par la sphère ?

2. Calculer le potentiel V et le champ $\vec{E}$ en un point situé à l'intérieur de la sphère <u>sans</u> utiliser le théorème de Gauss.

3. En appliquant le théorème de Gauss, calculer le champ $\vec{E}$ à l'extérieur de la sphère

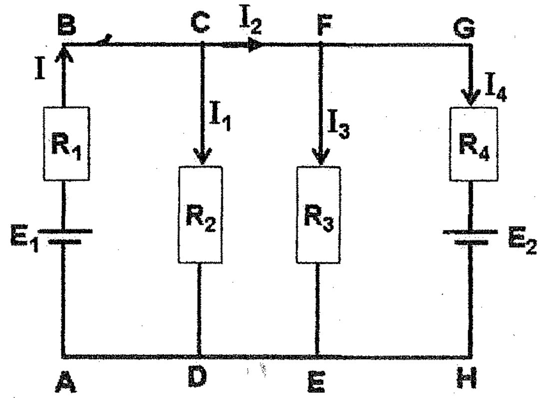
4. En déduire la valeur du potentiel à l'extérieur de la sphère

5. Tracer les courbes représentatives E(r) et V(r)

6. Déterminer l'expression de l'énergie électrostatique de la sphère S en fonction de σ et R.

Exercice 3 :

On considère le circuit électrique ci-contre:



1. Monter que $I_4 = I - I_1 - I_3$ (on considère les nœuds C et F)

2. Etablir les équations des mailles ABCDA, ABFEA et ABGHA

On donne : E_1=5V, E_2=2V, $R_1 = 1\ \Omega$, $R_2 = 2\ \Omega$ et $R_3 = R_4 = 3\ \Omega$

3. En déduire l'intensité du courant I

Université Chouaïb Doukkali
Faculté des Sciences
Département de Physique
Filière : SMPC
Module : Physique 2

Nom:……………………………
Prénom :…………………………
N° d'examen :……………………
C.N.E. :…………………………

Année Universitaire 2013-2014

Examen d'Electricité I – Session normale de Juin

Exercice I : Questions de cours (5 pts)

Voir le cours

1) Donner les propriétés de la force électrostatique entre deux charges :
   a-…………………………………………………………………………
   b-…………………………………………………………………………
   c-…………………………………………………………………………
2) Montrer que la circulation du champ est indépendante du chemin suivi.
   …………………………………………………………………………
   …………………………………………………………………………
3) Définir ce qui suit :
   a-Surface équipotentielle :……………………………………………
   …………………………………………………………………………
   b- Condensateur :………………………………………
   …………………………………………………………………………

4) Enoncer le théorème des éléments correspondants :
   …………………………………………………………………………
   …………………………………………………………………………

Exercice II : Cocher la bonne réponse, en cas de doute c'est mieux de laisser la case vide sinon -1. (5 pts)

Soit un carré de centre ***O*** et de côté « ***a*** » dont les sommets sont occupés par quatre charges (q_1, q_2, q_3 et q_4) (voir figure 1).

1) Si $q_1 = -2q_2 = -q_3 = 2q_4 = -2q$, alors l'expression du potentiel créé par ces charges au centre O est donnée par :

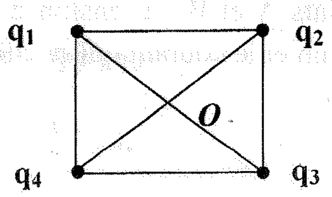


Fig. 1 :

$V(O) = \frac{q}{4\sqrt{2}\pi\varepsilon_o a}$	☐
$V(O) = -\frac{3q\sqrt{2}}{4\pi\varepsilon_o a}$	☐
$V(O) = 0\ V$	☒
Aucune réponse ci-dessus n'est juste	☐

2) Le système formé par l'ensemble de ces quatre charges admet :

*Un centre de symétrie	☐
*Un centre d'antisymétrie	☒
*Aucune symétrie	☐

3) Soit $q_1 = 0$ et $q_3 = 2q_2 = -2q_4 = 2q$, écrire dans la partie réservée ci-dessous l'expression du champ électrostatique créé au point ***O*** par l'ensemble de ces trois charges.

$$\frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{2\sqrt{2}\,q}{4\pi\varepsilon_0 a}$$

Tourner la page s.v.p.

Exercice III : (5 pts)

Un ensemble de deux charges de signes opposés distantes entre elles d'une distance égale à « *2a* » est dit dipôle électrique, si l'on considère le champ électrique en un point ***M*** de l'espace assez loin de la position des deux charges. On veut déterminer l'équation des lignes de champ, pour cela on donne le potentiel électrique du dipôle:

$$V = \frac{p\ \cos\theta}{4\ \pi\epsilon_0\, r^2}$$

- Donner la relation existante entre le potentiel et le champ électrique.

$\vec{E} = -\ \overrightarrow{grad}\, V$

- Donner l'expression du champ électrique au point ***M***.

$\vec{E} = \frac{p\cos\theta}{2\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{e_r} + \frac{p\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{e_\theta}$

- Donner la relation permettant d'obtenir l'équation des lignes de champ.

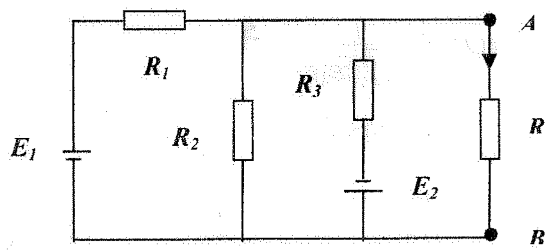
$\vec{E}\wedge\vec{dr} = 0$ avec $\vec{dr} = dr\,\vec{e_r} + r\,d\theta\,\vec{e_\theta} + dz\,\vec{e_z}$

- Donner l'équation des lignes de champ ***E***.

$r = k\sin^2\theta$

Exercice IV : Cocher la bonne réponse ; en cas de doute c'est mieux de laisser la case vide sinon -1. (5 pts)

Fig.2 : $R_1=R_3=r$; $R_2=R=2r$; $E_1=E_2=E$



Soit le circuit électrique de la figure 2. En appliquant le théorème de Thevenin, calculer la résistance équivalente vue entre les points A et B, la tension du générateur Thevenin et le courant qui circule dans cette branche.

La résistance équivalente $r_{th}=R_{AB}$ est :		La tension E_{th} est :	
$R_{AB} = \frac{2}{5}r$	☒	$E_{th} = 0\ V$	☒
$R_{AB} = \frac{7}{5}r$	☐	$E_{th} = \frac{4}{5}E$	☐
$R_{AB} = \frac{5}{7}r$	☐	$E_{th} = \frac{5}{7}E$	☐
Aucune réponse ci-dessus n'est juste	☐	*Aucune réponse ci-dessus n'est juste*	☐

Donner l'expression du courant qui circule dans la branche AB :

$I_{AB} = \frac{E_{th}}{R_{th} + R} = \frac{E_{th}}{R_{AB} + R} = 0\ A$

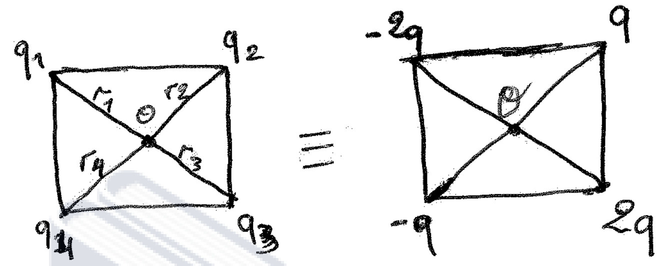
Les détailles de La correction d'examan Electricité I : 2013/2014

session NORMALE

Exercice II :

1) : Si $q_1 = -2q_2 = -q_3 = 2q_4 = -2q$

$$\begin{cases} q_1 = -2q \\ q_2 = q \\ q_3 = 2q \\ q_4 = -q \end{cases}$$



On a Le potentiel crée au point O est La somme de tous Les potentiel crée par chaque charge (loi de superposition)

$$V(O) = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2} + \frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0 r_3} + \frac{q_4}{4\pi\varepsilon_0 r_4}$$

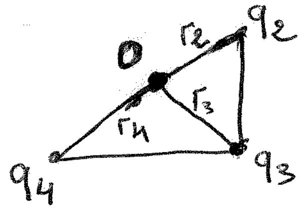
par ce que on a un carrée donc $r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = r$.

$$V(O) = \frac{-2q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 r} = 0\ V$$

2) Le système formé par l'ensemble de ces quatre charges admet un centre d'antisymétrie

3) $q_1 = 0$; $q_3 = 2q$, $2q_2 = 2q \Leftrightarrow q_2 = q$

$-2q_4 = 2q \Leftrightarrow q_4 = -q$



$$V(0) = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2} + \frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0 r_3} + \frac{q_4}{4\pi\varepsilon_0 r_4}$$

$$r_2 = r_3 = r_4 = r$$

$$V(0) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

(on peut utilisé $r = \frac{a}{\sqrt{2}}$ pour un carrée comme ce exemple)

Exercice III :

$$V = \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

1) La relation entre le potentiel et le champ éléctrique

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\, V$$

2) $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\, V$ on prend grad en coordonnées cylindrique (par ce que V on a en fonction de (θ, r))

$$\text{Le } \overrightarrow{grad}\, V = \frac{\partial V}{\partial r}\vec{e_r} + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\vec{e_\theta} + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{e_z} \quad , \left(\frac{\partial V}{\partial z} = 0\right)$$

$$\vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial r}\vec{e_r} - \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\vec{e_\theta}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial V}{\partial r}\vec{e_r} = \dfrac{\partial}{\partial r}\left(\dfrac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\right)\vec{e_r} = \dfrac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\partial}{\partial r}\left(1/r^2\right)\vec{e_r} = \dfrac{-2p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{e_r} \\ \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial V}{\partial \theta}\vec{e_\theta} = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial \theta}\left(\dfrac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\right)\vec{e_\theta} = \dfrac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\dfrac{\partial}{\partial \theta}(\cos\theta)\vec{e_\theta} = \dfrac{-p\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{e_\theta} \end{cases}$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{2p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{e_r} + \frac{p\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{e_\theta}}$$

3) La relation d'obtenir l'equation de ligne des champs

$$\vec{E} \wedge \vec{dr} = 0 \quad \text{avec} \quad \vec{dr} = dr\,\vec{e_r} + r\,d\theta\,\vec{e_\theta} + \underbrace{dz}_{0}\,\vec{e_z}$$

$$\vec{E} = \frac{p\cos\theta}{2\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{e_r} + \frac{p\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{e_\theta} + 0\,\vec{e_z}$$

$$\vec{E} \wedge \vec{dr} = \begin{matrix} \frac{p\cos\theta}{2\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{e_r} \\ \frac{p\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{e_\theta} \\ 0\,\vec{e_z} \end{matrix} \wedge \left| \begin{matrix} dr\,\vec{e_r} \\ r\,d\theta\,\vec{e_\theta} \\ 0\,\vec{e_z} \end{matrix} \right. = \frac{pr\cos\theta\, d\theta}{2\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{e_z} - \frac{p\sin\theta\, dr}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{e_z} = 0$$

$$\frac{pr\cos\theta}{2\pi\varepsilon_0 r^3}d\theta = \frac{p\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}dr \iff \frac{dr}{r^3} = \frac{pr\cos\theta\, 4\pi\varepsilon_0}{2\pi\varepsilon_0 r^3 p\sin\theta}d\theta$$

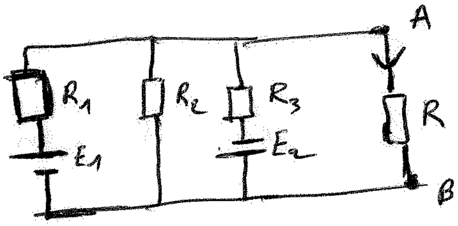
$$\frac{dr}{r} = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}d\theta \Rightarrow \int\frac{dr}{r} = \int 2\frac{\cos\theta}{\sin\theta}d\theta$$

$$\ln r = 2\ln(\sin\theta) + \ln K = \ln(\sin^2\theta) + \ln K = \ln K\sin^2\theta$$

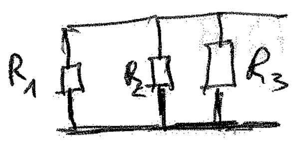
$$\boxed{r = K\sin^2\theta}$$

Exercice IV :

$R_1 = R_3 = r$
$R_2 = R = 2r$
$E_1 = E_2 = E$



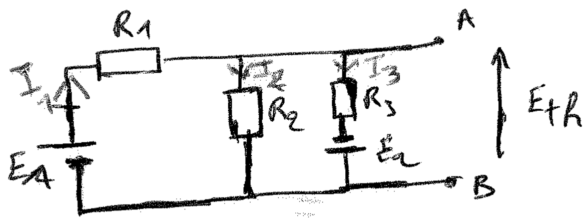
1) La résistance équivalente $r + R = R_{AB}$ est



$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{r} + \frac{1}{2r} + \frac{1}{r} = \frac{5}{2r}$$

donc $\boxed{R_{eq} = \frac{2}{5}r = R_{AB}}$

2)



$I_1 = I_2 + I_3$ (loi de noeud)

$$E_{th} = V_A - V_B = -E_2 + R_3 I_3 = R_2 I_2 = E_1 - R_1 I_1$$

$$R_2 I_2 = -E_2 + R_3 I_3 \Leftrightarrow -E_2 + R_3 (I_1 - I_2) = R_2 I_2$$

$$-E_2 + R_3 I_1 - R_3 I_2 = R_2 I_2 \Leftrightarrow R_3 I_1 = (R_2 + R_3) I_2 + E_2$$

$$I_1 = \frac{R_2 + R_3}{R_3} I_2 + \frac{E_2}{R_3} \quad (*)$$

On remplace (*) dans l'expression de E_{th}

$$E_{th} = V_A - V_B = E_1 - R_1 I_1 = E_1 - R_1 \left(\frac{R_2 + R_3}{R_3} I_2 + \frac{E_2}{R_3} \right)$$

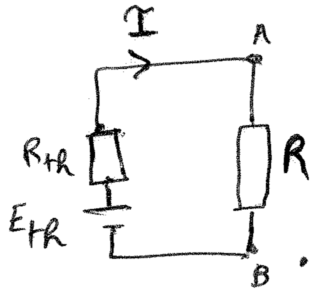
$$E_{th} = E_1 - (2r + r) I_2 - E_2 = E - (2r + r) I_2 - E$$

$$E_{th} = -3r I_2$$

or $E_{th} = R_2 I_2 = E_1 - R_1 I_1 \Leftrightarrow 2r I_2 = -3r I_2$

donc la seul solution pour que $2r I_2 = -3r I_2$
il faut $I_2 = 0$ donc $E_{th} = -3r I_2 = 0$

3) L'experesion du courant $I_{AB} = \dfrac{E_{th}}{R_{th} + R} = 0\ A$



لا تجعل الفشل ضمن الخيارات المتاحة.

LEHMALKI

Correction d'examen d'Electricité 2012/13

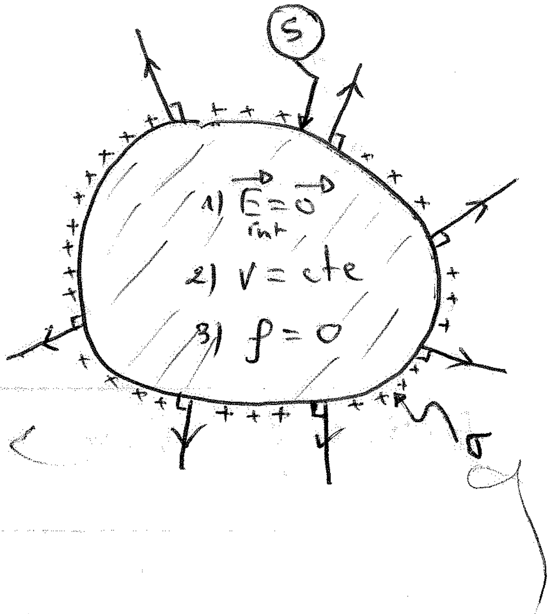
– session normale –

Exercice 1 : Questions de cours

1/ Le théorème de Gauss : Le flux sortant du champ électrique crée par une distribution quelconque de charge à travers une surface fermée S (surface de gauss) est égal à la charge totale Q_{int} située à l'intérieur de S divisée par ε_0

$$\phi = \oiint \vec{E}\,\vec{ds} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

2/ Les propriétés physiques d'un conducteur en équilibre électrostatique :



* si les charges du conducteur sont au repos

$$\Rightarrow \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \vec{0} \Rightarrow \boxed{\vec{E}_{intérieur} = \vec{0}}$$

* $\vec{E} = \vec{0}$ et $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V = \vec{0}$

$\Rightarrow \boxed{V = cte}$, dans tout le conducteur.

* si le conducteur est chargé avec Q, le TH. Gauss donne à l'intérieur

$$\underbrace{\oiint \vec{E}\,\vec{ds}}_{0} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0}\iiint \rho\, dv = 0 \Rightarrow \boxed{\rho = 0}$$

+CLUB NAJAH+
UCD.FS.ELJADIDA
LE PRÉSIDENT

3/ La cage de Faraday c'est une cage métallique permettant d'effectuer des mesures, en étant à l'abri des champs extérieurs, ou inversement

sans perturber les expériences extérieurs.

4/ L'energie électrostatique d'un condensateur :

$$U = \frac{1}{2} C (V_1 - V_2)^2 \quad \text{où} \quad C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

$$\Rightarrow U = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \frac{S (V_1 - V_2)^2}{d} \quad \text{or} \quad E = \frac{V_1 - V_2}{d}$$

$$\Rightarrow U = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 \tau$$ où τ : Le volume du condensateur est $\tau = S d$

$$\Rightarrow U = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0} \tau \quad \text{avec} \quad E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

L'energie électrostatique est localisée entre les armatures càd dans le volume $\tau = S d$ (d : distance entre les armatures)

5/ La forme locale de loi d'ohm est : $\vec{J} = \gamma \vec{E}$

avec $\vec{J}$: densité de courant ; $\gamma = \frac{n q^2}{k}$: La conductibilité

avec n : nombre de charges élémentaires dans un volume.

Exercice 2 : Application de TH. de Gauss.

+CLUB NAJAH+
UCD.FS.ELJADIDA
LE PRÉSIDENT

$$\rho(r) = \begin{cases} -\rho_0 & \text{si } R_1 < r < R_2 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

1/ Soit $\mathcal{S}(O, r)$, la sphère de Gauss de centre O et de rayon r

$\Rightarrow$ TH. Gauss $\Rightarrow \phi = \iint \vec{E} \, \vec{ds} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$ où ($\vec{E}(r) = E_r \vec{e_r}$ est radial. ; $\vec{E} \parallel \vec{dS}$)

$$\Leftrightarrow E(r) \iint_S ds = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$\Leftrightarrow E(r)\, 4\pi r^2 = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$\left(dS_{sphère} = r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\varphi \qquad S_{sphère} = r^2 \int_0^\pi \sin\theta \, d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = 4\pi r^2 \right)$$

$$\Rightarrow E(r) = \frac{Q_{int}}{4\pi r^2 \varepsilon_0}$$

Si $r < R_1$ $\quad Q_{int} = 0 \Rightarrow \vec{E}(r) = \vec{0}$

Si $R_1 < r < R_2$ $\quad Q_{int} = \iiint \rho(r)\, dV = -\rho_0 \iiint dV$

$$= -\rho_0 \int_{R_1}^{r} 4\pi r^2 dr$$

$$= -\rho_0 \frac{4\pi}{3}(r^3 - R_1^3)$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{E}(r) = \frac{-\rho_0}{3\varepsilon_0 r^2}(r^3 - R_1^3)\,\vec{e_r}}$$

Si $r \geq R_2$ $\quad Q_{int} = \iiint \rho(r)\, dV = -\rho_0 \int_{R_1}^{R_2} r^2 dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin\theta\, d\theta.$

$$= -\rho_0 \frac{4\pi}{3}(R_2^3 - R_1^3)$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{E}(r) = \frac{-\rho_0}{3\varepsilon_0 r^2}(R_2^3 - R_1^3)\,\vec{e_r}}$$

2/ On a.

$$\vec{E} = -\vec{grad}\, V \Rightarrow \vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial r}\vec{e_r} \Rightarrow dV = -\int E(r)\, dr$$

Si $r > R_2$ $\quad$ on a $E(r) = -\frac{\rho_0}{3\varepsilon_0 r^2}(R_2^3 - R_1^3)$

$$\Rightarrow V(r) = \int \frac{\rho_0}{3\varepsilon_0 r^2}(R_2^3 - R_1^3)\, dr = -\frac{\rho_0}{3\varepsilon_0 r}(R_2^3 - R_1^3) + K_1$$

On a $\lim_{r \to R_2^+} V(r) = \lim_{r \to R_2^-} V(r) \Leftrightarrow V(R_2^+) = V(R_2^-)$

$V(\infty) = 0 \Rightarrow K_1 = 0 \Rightarrow \boxed{V(r) = \frac{-\rho_0}{3\varepsilon_0 r}(R_2^3 - R_1^3)}$

Si $R_1 < r \leq R_2$ $\quad V(r) = -\int \frac{\rho_0}{3\varepsilon_0 r^2}\left(R_1^3 - r^3\right) dr$

$$V(r) = \frac{\rho_0}{3\varepsilon_0}\left(\frac{R_1^3}{r} + \frac{r^2}{2}\right) + K_2$$

$$\lim_{r \to R_2^+} V(r) = \lim_{r \to R_2^-} V(r) \Leftrightarrow V(R_2^+) = V(R_2^-)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\rho_0}{3\varepsilon_0}\left(\frac{R_1^3}{R_2} + \frac{R_2^2}{2}\right) + K_2 = \frac{-\rho_0}{3\varepsilon_0 R_2}\left(R_2^3 - R_1^3\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\rho_0}{3\varepsilon_0}\left(\frac{2R_1^3 + R_2^3}{2R_2}\right) + K_2 = \frac{-\rho_0}{3\varepsilon_0 R_2}\left(R_2^3 - R_1^3\right)$$

$$\Leftrightarrow K_2 = \frac{\rho_0}{3\varepsilon_0 R_2}\left(R_1^3 - R_2^3 - \frac{2R_1^3 + R_2^3}{2R_2}\right)$$

$$= \frac{-\rho_0 R_2^2}{2\varepsilon_0}$$

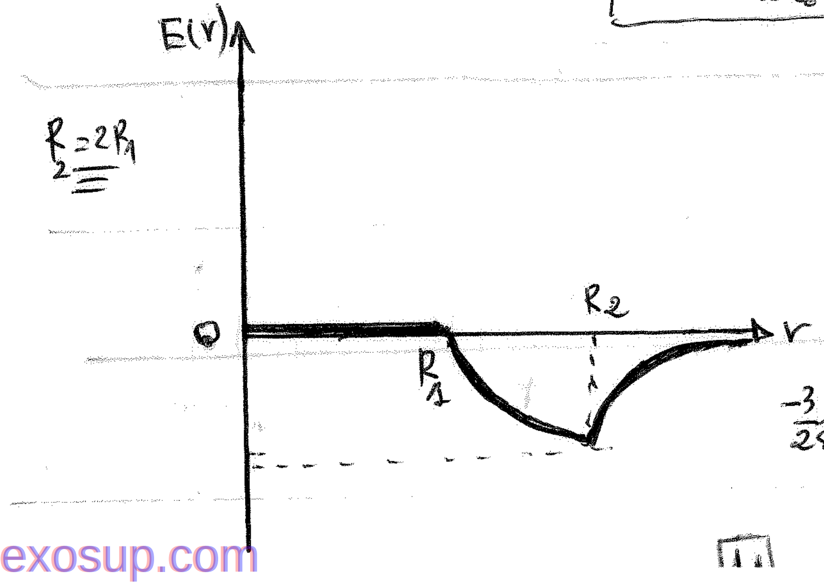
+CLUB NAJAH+
UCD.FS.ELJADIDA
LE PRÉSIDENT

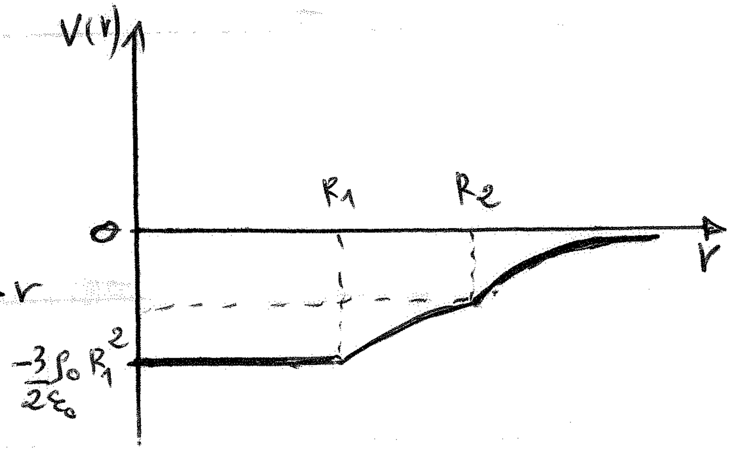
$$\Rightarrow \boxed{V(r) = \frac{\rho_0}{3\varepsilon_0}\left(\frac{R_1^3}{r} + \frac{r^2}{2}\right) - \frac{\rho_0 R_2^2}{2\varepsilon_0}}$$

Si $r \leq R_1$ $\quad$ On a $\vec{E}(r) = \vec{0} \Rightarrow V(r) = K_3$

$$V(R_1^+) = V(R_1^-) \Leftrightarrow \frac{\rho_0}{3\varepsilon_0}\left(\frac{R_1^3}{R_1} + \frac{R_1^2}{2}\right) - \frac{\rho_0 R_2^2}{2\varepsilon_0} = K_3 = \frac{-\rho_0}{2\varepsilon_0}\left(R_2^2 - R_1^2\right)$$

3/ $R_2 = 2R_1$ $\quad \Rightarrow \boxed{V(r) = \frac{-\rho_0}{2\varepsilon_0}\left(R_2^2 - R_1^2\right)}$





Exercice 3

1/ L'expression de la résistance équivalente R_{th}

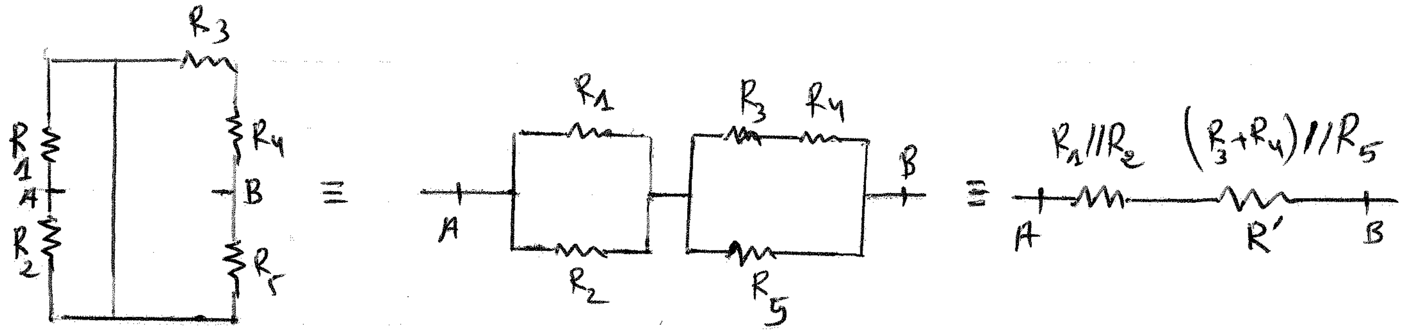
On suprime R et E est court_circuit

On a R_3 et R_4 en série

$$\Rightarrow R_{34} = R_3 + R_4 = 75\ k\Omega.$$

- R_1 et R_2 en parallèle $\Rightarrow R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 50\ k\Omega$
- $R_{34} // R_5 \Rightarrow R' = \frac{25 \times 75}{100} = 18,75\ k\Omega.$
- R_{12} et R' en Serie $\Rightarrow R_{AB} = R_{th} = R_{12} + R' = 50 + 18,75$

$$\Rightarrow \boxed{R_{AB} = R_{th} = 68,75\ k\Omega.}$$

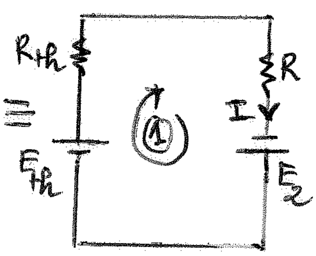


$$\Rightarrow R_{th} = R_1 // R_2 + (R_3+R_4) // R_5$$

$$R_{th} = \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2} + \frac{(R_3+R_4)R_5}{R_3+R_4+R_5} \qquad \text{AN} \quad \boxed{R_{th} = 68{,}75\ K\Omega}$$

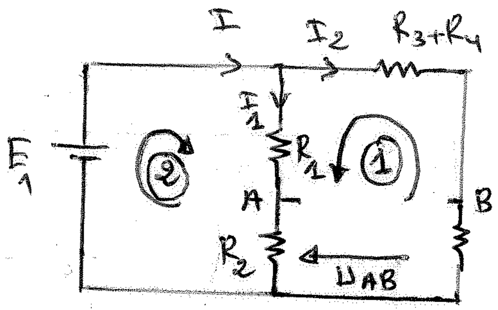
2/ L'expression de E_{th}

Le réseau ≡



Maille ① $\Rightarrow I(R+R_{th}) = E_2 + E_{th}$

$$\boxed{I = \frac{E_2+E_{th}}{R+R_{th}}}$$



$I = I_1 + I_2$

et $U_{AB} = E_{th} = i_2(R_3+R_4) - I_1 R_1$ (✳)

La Maille ① $\Rightarrow I_2(R_3+R_4+R_5) - I_1(R_1+R_2) = 0$

$$\Rightarrow I_2 = I_1\left(\frac{R_1+R_2}{R_3+R_4+R_5}\right)$$

Maille ② $\Rightarrow E_1 - I_1(R_1+R_2) = 0$

$$\Rightarrow \boxed{I_1 = \frac{E_1}{R_1+R_2}} \text{ ①} \qquad \Rightarrow \boxed{I_2 = \frac{E_1}{R_3+R_4+R_5}} \text{ ②}$$

On remplace ① et ② dans (✳), on aura

$$E_{th} = E_1\left(\frac{R_3+R_4}{R_3+R_4+R_5} - \frac{R_1}{R_1+R_2}\right)$$

AN $\Rightarrow E_{th} = 10\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) = 2,5\ V.$

3/ l'expression de I

(Attention !! R_i en Ω ⚠)

$$I = \frac{E_{th} + E_1}{R + R_{th}} \quad AN \quad I = \frac{2,5 + 10}{(100 + 68,75)10^3}$$

$$\Rightarrow I = 74,07\ 10^{-6}\ A \Rightarrow \boxed{I = 74,07\ \mu A}$$

4/ La puissance dissipée dans cette résistance

$P = UI$ avec $U = RI$

$$\Rightarrow P = RI^2 \quad AN \quad P = 10^5 \times (74,07\ 10^{-6})^2$$

$$\Rightarrow \boxed{P = 0,548\ mW}$$

Success club
Najah

+CLUB NAJAH+
UCD.FS.ELJADIDA
LE PRÉSIDENT

Correction d'examen d'Electricité 2012/13

– Session de Rattrapage –

Exercice 1 . Questions de cours

1/ L'équation de Poisson : on a $\begin{cases} \vec{E} = -\overrightarrow{grad}V \\ div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \end{cases} \Rightarrow div(-\overrightarrow{grad}V) = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$

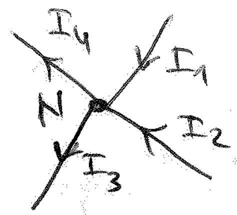
or $div(\overrightarrow{grad}) = \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} = \Delta$.

on en déduit $\boxed{\Delta V + \frac{\rho}{\varepsilon_0} = 0}$

2/ Lois de Kirchhoff

- dans un Noeud N, la somme des courants entrant est égale à la somme des courants sortant

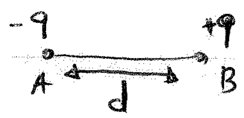
$$\sum_{i=1}^{n} I_{i\,entrant} = \sum_{i=1}^{n} I_{i\,sortant}$$



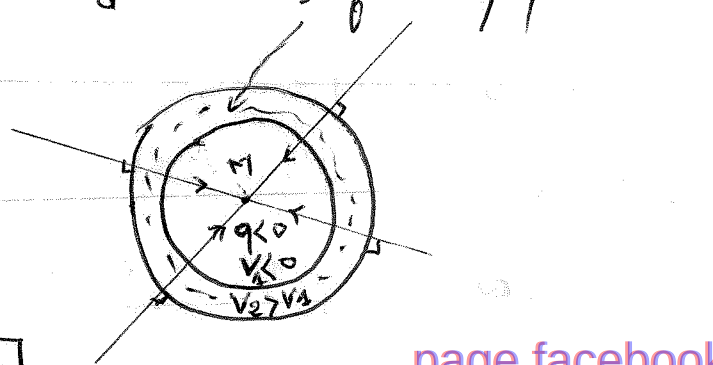
$I_1 + I_2 = I_4 + I_3$

- La sommes des différence de potentiels (ddp) aux bornes des branches qui constituent la maille est nulle.

3/ On considère deux charges $-q$, $+q$ placées aux pts A et B, distants de d, ce système appelé dipôle électrostatique



4/ Les lignes de champs.



Les surfaces équipotentielles V = cte sont des sphères centrées en M

$dV = (\overrightarrow{grad}V) \cdot \vec{dl} = -\vec{E} \cdot \vec{dl} = 0 \Rightarrow \vec{E} \perp \vec{dl}$

Exercice 2

$$V(r) = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 r} e^{-(r/a)}$$

1/ On a $\vec{E} = -\vec{grad}\, V = -\frac{\partial V}{\partial r}$

$$\Leftrightarrow \vec{E}(r) = -\left(\frac{-e}{4\pi\varepsilon_0 r^2} - \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 r a}\right) e^{-r/a}\, \vec{e_r}$$

$$\boxed{\vec{E}(r) = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 r}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{a}\right) e^{-r/a}\, \vec{e_r}}$$

2/ La densité d'energie electrostatique au pt M.

$$w = \frac{dE_p}{d\tau} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \quad \text{avec } \tau : \text{element de volume.}$$

$$\Rightarrow \frac{dE_p}{d\tau} = \frac{e^2}{32\pi^2 \varepsilon_0 r^2}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{a}\right)^2 e^{-2r/a}$$

3/ La charge Q

TH. Gauss $\phi = \oint\oint \vec{E}\,\vec{dS} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} \Leftrightarrow E(r) \oint\oint dS = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$

$$\Leftrightarrow E(r)\, 4\pi r^2 = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$\Leftrightarrow Q_{int} = 4\pi r^2 \varepsilon_0 E(r)$$

$$\Leftrightarrow Q = 4\pi r^2 \varepsilon_0 \cdot \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\left(1 + \frac{r}{a}\right) e^{-r/a}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{Q_{int} = e\left(1 + \frac{r}{a}\right) e^{-r/a}}$$

$$\left(\begin{aligned} dV_{sphère} &= r^2 dr \sin\theta\, d\theta\, d\varphi \\ V_{sphère} &= \int r^2 dr \int_0^{\pi} \sin\theta\, d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \\ &= 4\pi\left[\frac{r^3}{3}\right] \\ &= \frac{4}{3}\pi [r^3] \end{aligned} \right)$$

+CLUB NAJAH+
UCD.FS.ELJADIDA
LE PRÉSIDENT

4/ a/ charge totale contenue dans tout l'espace

Si $r \to \infty \Leftrightarrow \lim_{r\to\infty} Q_{int} = \lim_{r\to\infty} e\left(1 + \frac{r}{a}\right)e^{-r/a} = 0 \Rightarrow$ (espace neutre)

b/ charge ponctuelle au centre

Si $r \to 0 \Leftrightarrow \lim_{r\to 0} Q_{int} = \lim_{r\to 0} e\left(1 + \frac{r}{a}\right)e^{-r/a} = e$ (charge au centre $r = 0$)

c/ Conclusion : l'atome d'hydrogène H contient d'electrons et des protons

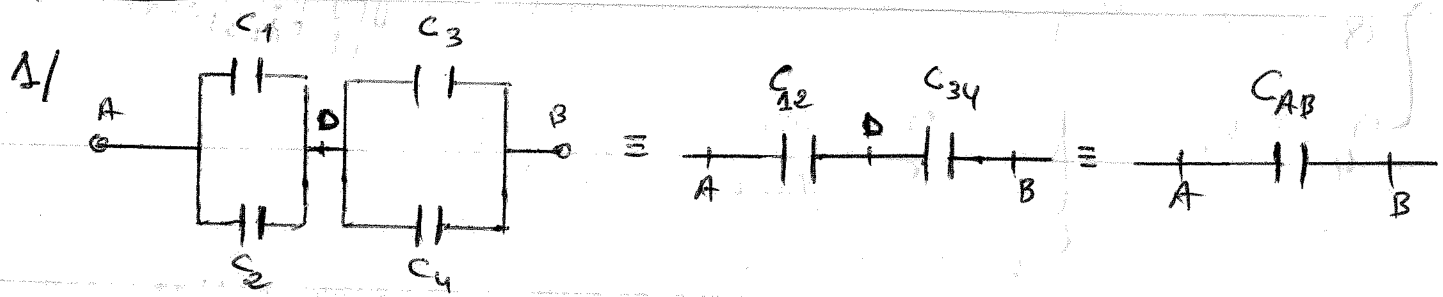
$\sum Q = +e + (-e) = 0$ (neutre)

- Le noyau de H porte une charge ⊕ (proton) au centre.

c/c le modèle de Yukawa donne une bonne description de H.

Exercice 3

1/



C_1 et C_2 en parallèle $\Rightarrow C_{12} = C_1 + C_2 = 30\,\mu F$

C_3 et C_4 // // $\Rightarrow C_{34} = C_3 + C_4 = 30\,\mu F$

et C_{34} et C_{12} en Série $\Rightarrow C_{AB} = \dfrac{C_{34}C_{12}}{C_{34}+C_{12}} = \dfrac{900}{60} = 15\,\mu F$

2/ La charge de chacun des autres condensateurs

On a $Q = Q_1 + Q_2 = Q_3 + Q_4$

or $C_1V_1 = Q_1$ et $C_2V_2 = Q_2$ or $V_1 = V_2$ car $C_1 // C_2$

donc $Q_1 = C_1 \cdot \dfrac{Q_2}{C_2}$ AN $Q_1 = \dfrac{10\,\mu F}{20\,\mu F} \times 30\,\mu C = 15\,\mu C$

On a. $Q_3 + Q_4 = Q \Rightarrow C_3V_3 + C_4V_4 = Q$ or $V_3 = V_4$

$\Rightarrow (C_3 + C_4)V_3 = Q_1 + Q_2 \Rightarrow V_3 = \dfrac{Q_1+Q_2}{C_3+C_4}$

or $C_3V_3 = Q_3$ $\Rightarrow Q_3 = C_3 \cdot \dfrac{(Q_1+Q_2)}{C_3+C_4}$

AN $Q_3 = \frac{10\,\mu F}{30\,\mu F} \times (45\,\mu C) = 15\,\mu C$

$Q_4 = Q - Q_3 = 45\,\mu C - 15\,\mu C = 30\,\mu C$

3/ La tension entre leurs armatures.

$$\begin{cases} Q_1 = C_1 V_1 \\ Q_2 = C_2 V_2 \\ Q_3 = C_3 V_3 \\ Q_4 = C_4 V_4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{15\,\mu C}{10\,\mu F} = 1{,}5\,V \\ V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{30\,\mu C}{20\,\mu F} = 1{,}5\,V \\ V_3 = \frac{Q_3}{C_3} = \frac{15\,\mu C}{10\,\mu F} = 1{,}5\,V \\ V_4 = \frac{Q_4}{C_4} = \frac{30\,\mu C}{20\,\mu F} = 1{,}5\,V \end{cases}$$

+CLUB ... JAH+
UCD.FS. ... IDA
LE PRE... ENT

C/C $\left[V_1 = V_2 = V_3 = V_4 = 1{,}5\,V \right]$

4) La tension V_{AB} que subit l'ensemble du système :

$C_1 = C_3 \Leftrightarrow \frac{Q_1}{V_1} = \frac{Q_3}{V_3}$ (1

$C_2 = C_4 \Leftrightarrow \frac{Q_2}{V_2} = \frac{Q_4}{V_4}$ (2

or on a $V_1 = V_2$ et $V_3 = V_4$ (3

$\Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{Q_3}{Q_4} \Rightarrow Q_1 = \frac{Q_3}{Q_4} Q_2$

$$\begin{cases} Q_1 + Q_2 = Q_3 + Q_4 \\ Q_1 Q_4 = Q_3 Q_2 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \frac{Q_3}{Q_4} Q_2 + Q_2 = Q_3 + Q_4 \Leftrightarrow Q_2 = Q_4$

$V_{AB} = V_{AC} + V_{CB} = V_1 + V_3 = V_2 + V_4 = 1{,}5 + 1{,}5 = 3\,V$

fait par le club

UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

Année 2009/20010
Filière : SMPC
Module Physique2

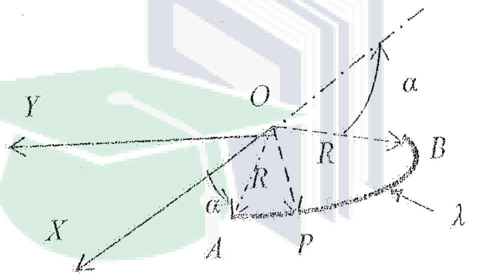
2009/2010

Examen de physique
Electricité 1

Durée : (1H30)

Exercice 1:

On considère un arc de cercle AB de rayon R, de centre O placé dans le plan OXY. On charge cet arc avec une distribution de charge linéique uniforme λ. L'arc est délimité par les angles α et π- α par rapport à l'axe OX (voir figure). Chaque point P de cet arc est repéré par ses coordonnées polaires (R,φ) ou φ est l'angle (OX, OP) et (α < φ < π−α).



1) Donner l'expression de l'élément de l'arc de cercle dl autour du point P en fonction de R et φ. En déduire l'élément de charge dq en fonction de R, φ et λ.

$$dl = Rd\varphi \quad \text{et} \quad dq = \lambda R d\varphi$$

2) En utilisant la loi de coulomb, donner l'expression du champ et du potentiel électriques élémentaires $\overrightarrow{dE}(O)$ et dV(O) crées par l'élément de charge λdl au tour du point P au centre du cercle O.

$$\overrightarrow{dE_P}(O) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{R^2}\vec{u}_{P\to O} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dl}{R^2}\vec{u}_{P\to O} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda R d\varphi}{R^2}\vec{u}_{P\to O}$$

$$dV(O) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{R} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dl}{R} = \frac{\lambda d\varphi}{4\pi\varepsilon_0}$$

3) Donner les composantes dE_x et dE_y du champ électrique $d\vec{E}(O)$.

$$\vec{u}_{p \to O} = -\cos\varphi\, \vec{i} + \sin\varphi\, \vec{j}$$

$$\overrightarrow{dE_x}(O) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{R^2}\cos\varphi\vec{i} = \frac{-1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dl}{R^2}\cos\varphi\vec{i} = \frac{-1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda d\varphi}{R}\cos\varphi\vec{i}$$

$$\overrightarrow{dE_y}(O) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{R^2}\sin\varphi\,\vec{j} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dl}{R^2}\sin\varphi\,\vec{j} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda d\varphi}{R}\sin\varphi\,\vec{j}$$

4) En intégrant sur l'arc (C), calculer les composantes $\vec{E}(O)_x$, $\vec{E}(O)_y$ et $V(O)$.

$$\overrightarrow{dE_x}(O) = \frac{-1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda d\varphi}{R}\cos\varphi\vec{i} \Rightarrow \vec{E}_x(O) = \int_{\alpha}^{\pi-\alpha}\frac{-1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda d\varphi}{R}\cos\varphi\vec{i} = \frac{-1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{R}\int_{\alpha}^{\pi-\alpha}\cos\varphi d\varphi\vec{i} =$$

$$\vec{E}_x(O) = \frac{-1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{R}\int_{\alpha}^{\pi-\alpha}\cos\varphi d\varphi\vec{i} = \frac{-1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{R}\left[\sin\varphi\right]_{\alpha}^{\pi-\alpha}\vec{i} = \frac{-1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{R}\left[\sin(\pi-\alpha)-\sin\alpha\right] = 0$$

$$\vec{E}_x(O) = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{dE_y}(O) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda d\varphi}{R}\sin\varphi\,\vec{j} \Rightarrow \vec{E}_y(O) = \int_{\alpha}^{\pi-\alpha}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda d\varphi}{R}\sin\varphi\,\vec{j} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{R}\int_{\alpha}^{\pi-\alpha}\sin s\varphi d\varphi\,\vec{j} =$$

$$\vec{E}_y(O) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{R}\int_{\alpha}^{\pi-\alpha}\sin\varphi d\varphi\,\vec{j} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{R}\left[-\cos\varphi\right]_{\alpha}^{\pi-\alpha}\vec{j} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{R}\left[\cos\alpha-\cos(\pi-\alpha)\right]\vec{j} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{R}2\cos\alpha\,\vec{j}$$

$$\vec{E}_y(O) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{R}2\cos\alpha\,\vec{j}$$

$$dV(O) = \frac{\lambda d\varphi}{4\pi\varepsilon_0} \Rightarrow V(O) = \int_{\alpha}^{\pi-\alpha}\frac{\lambda d\varphi}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left[\varphi\right]_{\alpha}^{\pi-\alpha} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}(\pi-2\alpha)$$

5) En déduire le champ $\vec{E}(O)$ et $V(O)$ crées au centre O d'un cercle de rayon R chargé avec une distribution linéique uniforme λ.

Si $\alpha = 0$, on a alors : $\vec{E}_x(O) = \vec{0}$ et $\vec{E}_y(O) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{R}2\cos\alpha\,\vec{j}$, pour la moitié$(0,\pi)$ on a

$\vec{E}_y(O) = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{R}\vec{j}$ et pour la moitié $(\pi,2\pi)$ on a $\vec{E}_y(O) = -\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{R}\vec{j}$ et le champ résultant

est : $\vec{E}_y(O) = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{R}\vec{j} - \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{R}\vec{j} = \vec{0}$ et $V(O) = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}(\pi-2\alpha) = \frac{\lambda}{4\varepsilon_0}$ pour $(0,\pi)$ et

$V(O) = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}(\pi-2\alpha) = \frac{\lambda}{4\varepsilon_0}$ pour $(\pi,2\pi)$ et $V_T(O) = \frac{\lambda}{4\varepsilon_0} + \frac{\lambda}{4\varepsilon_0} = \frac{\lambda}{2\varepsilon_0}$

Exercice 1 :

1- $V(M) = V_1(M) + V_2(M) + V_3(M)$

Avec : $V_1(M) = \dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 \left\|\overrightarrow{AM}\right\|}$, $V_2(M) = \dfrac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 \left\|\overrightarrow{BM}\right\|}$ et $V_3(M) = \dfrac{q_3}{4\pi\varepsilon_0 \left\|\overrightarrow{CM}\right\|}$

$$\left\|\overrightarrow{AM}\right\| = \left\|\overrightarrow{BM}\right\| = \sqrt{y^2 + \frac{a^2}{4}} \quad \text{et} \quad \left\|\overrightarrow{CM}\right\| = y + \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$\boxed{V(M) = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{y^2 + \frac{a^2}{4}}} + \frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0 \left(y + \frac{\sqrt{3}}{2}a\right)}}$$

2-Soient E_1 : champ crée par q_1 au point M, E_2 : champ crée par q_2 au point M et E_3 : champ crée par q_3 au point M : $\vec{E}_t = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$

$\vec{E}_3$ est porté par OY

si $q_1 = q_2$ $\Rightarrow$ $\left\|\vec{E}_1\right\| = \left\|\vec{E}_2\right\|$ $\Rightarrow$ ***les composantes suivant OX s'annulent et celles suivant OY s'additionnent*** $\Rightarrow$ $\vec{E}_1 + \vec{E}_2$ est porté par OY $\Rightarrow$ $\vec{E}_t$ est porté par OY

$$E = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad \Rightarrow \quad \boxed{E(M) = \frac{2q_1 y}{4\pi\varepsilon_0 \left(y^2 + \frac{a^2}{4}\right)^{3/2}} + \frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0 \left(y + \frac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2}}$$

2-$q_1 = q_2 = q_3$ $\quad U = \frac{1}{2}q_1.V_1 + \frac{1}{2}q_2.V_2 + \frac{1}{2}q_3.V_3$

$$V_1(M) = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 \left\|\overrightarrow{BA}\right\|} + \frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0 \left\|\overrightarrow{CA}\right\|} = \frac{q_1}{2\pi\varepsilon_0 a} \qquad V_2(M) = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 \left\|\overrightarrow{AB}\right\|} + \frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0 \left\|\overrightarrow{CB}\right\|} = \frac{q_1}{2\pi\varepsilon_0 a}$$

$$V_3(M) = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 \left\|\overrightarrow{AC}\right\|} + \frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0 \left\|\overrightarrow{BC}\right\|} = \frac{q_1}{2\pi\varepsilon_0 a}$$

$$\boxed{U = \frac{3q_1^2}{4\pi\varepsilon_0 a}}$$

Exercice 2 :

1- $Q = \iint \sigma.ds = \sigma.4\pi.R^2$

2- sphère conductrice $\Rightarrow$ le potentiel V est constant sur la sphère $\Rightarrow$ V = V(O)

$$dV = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 R} \Rightarrow V = V(O) = \iint \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R}\iint dq \Rightarrow \boxed{V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{R.\sigma}{\varepsilon_0}}$$

$$\Rightarrow \boxed{E = -\frac{\partial V}{\partial r} \Rightarrow E = 0}$$

3-

Théorème de Gauss : $\phi = \iint_{SG} \vec{E}.\vec{dS} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$

Calcul du flux :

- Surface de Gauss (SG) : sphère de rayon r ($\|\overrightarrow{OM}\| = r$)

- Par raison de symétrie, le champ $\vec{E}$ crée par (S) est radial : $\vec{E} = E(r).\vec{e}_r$.

- E ne dépend que de r $\Rightarrow$ E = E(r)

- E est constant sur SG
Pour une sphère :

$$\overrightarrow{dS} = dS.\vec{n} = dS.\vec{e}_r \quad ; \quad \left(\vec{n} // \vec{e}_r\right) \text{ et } dS = r^2.\sin\theta.d\theta.d\varphi$$

$$\phi = E(r).r^2.\int_0^{\pi}\sin\theta.d\theta.\int_0^{2\pi} d\varphi = 4.\pi.r^2.E(r)$$

Q_{int} = charge de la sphère de rayon R et de centre O : $Q = 4.\pi.R^2.\sigma$

$$\boxed{E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{Q}{r^2} = \frac{\sigma.R^2}{\varepsilon_0.r^2}}$$

4- Pour r < R : $\boxed{V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{R.\sigma}{\varepsilon_0}}$

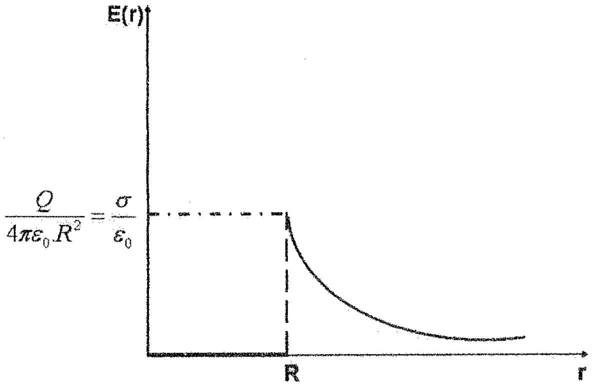
Pour r < R : $\overrightarrow{E(r)} = -\overrightarrow{gradV} = -\frac{\partial V}{\partial r}.\vec{e}_r \Rightarrow V = -\int E(r).dr + K$

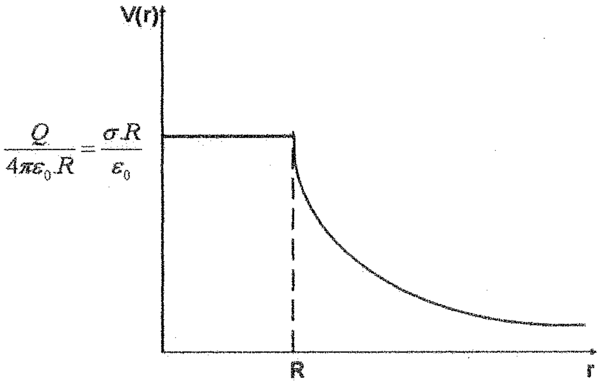
$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} + K = \frac{R^2.\sigma}{\varepsilon_0.r} + K$$

$V(\infty) = 0 \Rightarrow K = 0$

$$\boxed{V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{R^2.\sigma}{\varepsilon_0.r}}$$

5-Représentation de E(r) et V(r)





6- $U = \frac{1}{2}.Q.V = \frac{1}{2}.(4\pi.R^2.\sigma).\frac{\sigma.R}{\varepsilon_0} \Rightarrow U = \frac{2\pi.\sigma^2.R^3}{\varepsilon_0}$

Exercice 3 :

1- nœud C : $I = I_1 + I_2$ ET nœud F : $I_2 = I_3 + I_4 \Rightarrow I_4 = I - I_1 + I_3$

2-

ABCDA : $-E_1 + R_1.I + I_1.R_2 = 0 \Rightarrow I + 2I_1 = 5$

ABFEA : $-E_1 + R_1.I + I_3.R_3 = 0 \Rightarrow I + 3I_3 = 5$

ABGHA : $-E_1 + R_1.I + I_4.R_4 + E_2 = 0 \Rightarrow I + 3I_4 = 3$

système d'équations

3-

$I = 2.38\ A \approx 2.4\ A$